α-WISKUNDE

Alpha-Wiskunde

EINDEKSAMENVRAESTEL 2026

November 2026 **Tyd: 3 uur**

Graad 12 **Totaal: 200 punte**

INSTRUKSIES EN INLIGTING

Lees die volgende instruksies aandagtig deur voordat jy die vraestel beantwoord:

1. Beantwoord AL 10 vrae op hierdie vraestel.
2. Skryf jou naam en ID-nommer op die voorblad van die vraestel.
3. Nie-programmeerbare sakrekenaars mag gebruik word, tensy anders vermeld by ’n spesifieke vraag.
4. Tensy anders gespesifiseer, moet alle antwoorde, waar van toepassing, korrek tot **TWEE desimale syfers** afgerond word.
5. Die diagramme in die vraestel is nie noodwendig volgens skaal geteken nie.
6. Alle hoeke word in radiale gegee. Antwoorde moet, waar van toepassing, in radiale gegee word.
7. Hierdie vraestel bestaan uit ’n voorblad, **10 vrae** en ’n formuleblad.
8. Vraag 1 bestaan uit **15** meervoudige keusevrae. Beantwoord dit op die antwoordblad. Hierdie antwoordblad is aan die voorkant van die vraestel. **Moet nie hierdie antwoordblad losmaak nie**.
9. Toon alle noodsaaklike berekeninge duidelik aan by elke vraag. Die korrekte antwoord op sigself sal nie noodwendig tot volpunte lei nie.
10. Addisionele skryfspasie word aan die einde van die vraestel voorsien. Toon duidelik aan indien jy daarvan gebruik maak om ‘n vraag te voltooi.
11. Skryf netjies en leesbaar.

© Kopiereg Alpha-Wiskunde

VRAAG 1 **[30 PUNTE]**

- Beantwoord hierdie vraag **op die antwoordblad,** wat voor aangeheg is, deur telkens 'n X (kruisie) op A, B, C of D te maak. Hierdie vrae tel 2 punte elk.
- Moet asb. **NIE** hierdie bladsy van die vraestel losmaak nie.

1.1 Indien 'n rasionale funksie geskets word watter van die volgende stellings in NIE waar nie:

(A) Daar is vertikale asimptote by die x-waardes wat die funksie ongedefinieerd maak.

(B) Daar is 'n skuinsasimptoot wanneer die graad van die teller een meer is as die graad van die noemer.

(C) Daar kan 'n horisontale en 'n skuinsasimptoot wees.

(D) Die funksie kan die horisontale asimptoot sny.

1.2 Wat word herhaaldelik met Newton-Raphson se metode bereken?

(A) x- afsnitte van raaklyne.

(B) y- afsnitte van raaklyne.

(C) Die gradiënt van raaklyne.

(D) Die diskriminant van die funksie.

1.3 Die waarde van i^{15} is gelyk aan

(A) 1

(B) -1

(C) i

(D) $-i$

1.4 Gegee: $\sqrt{5}-2$ is 'n nulpunt van 'n funksie. Watter van die volgende sal dan 'n faktor van die funksie wees?

(A) x^2+4x-1

(B) $x-2-\sqrt{5}$

(C) x^2-4x-1

(D) $x-2+\sqrt{5}$

1.5 Bepaal die koëffisiënt van x^4 in $(x-2)^{10}$.

(A) $13\,440$

(B) $-13\,440$

(C) $8\,064$

(D) $-8\,064$

 © Kopiereg Alpha-Wiskunde

1.6 Vir watter waarde van m sal die twee vergelykings: $mx - y = 3$ en $6x - 2y = 4$ oneindig baie oplossings hê?

(A) $m = 3$

(B) $m = -3$

(C) $m = -12$

(D) vir geen waarde van m nie.

1.7 $\int \sin x \cos x \, dx =$

(A) $-\cos x \,.\sin x + k$

(B) $\cos^2 x + \sin^2 x + k$

(C) $\frac{-1}{4}\cos(2x) + k$

(D) $\frac{1}{2}\sin(2x) + k$

1.8 As $g(x) = \cos x$ en $f(x) = \text{bgcos}\, x$, bereken $f\left(\text{g}\left(\frac{4\pi}{3}\right)\right)$

(A) $\frac{4\pi}{3}$

(B) $\frac{2\pi}{3}$

(C) $\frac{\pi}{3}$

(D) $-\frac{4\pi}{3}$

1.9 As $a = i + j + k$ en $b = i + 2j + 3k$, bepaal 'n vektor wat loodreg op $a + b$ en $a - b$ is.

(A) $i - 2j + k$

(B) $2\text{i} + 3\text{j} + 4\text{k}$

(C) $-2i - 4j - 2k$

(D) $-2i + 4j - 2k$

1.10 Bestudeer die funksie $f(x) = \begin{cases} \boldsymbol{x+1} & \text{as} \quad x < 0 \\ \boldsymbol{-1} & \text{as} \quad 0 \leq x < 2 \\ \boldsymbol{1} & \text{as} \quad x = 2 \\ \boldsymbol{x-3} & \text{as} \quad x > 2 \end{cases}$

Is die funksie kontinu by $x = 2$? Indien nie, gee die tipe diskontinuïteit.

(A) sprong

(B) verwyderbare

(C) asimptotiese

(D) f is kontinu

 © Kopiereg Alpha-Wiskunde

1.11 Watter notasie is nie korrek nie:

(A) As $f(x) = 20x^4$ dan is $f'(x) = 80x^3$

(B) $D_y\,[20x^4] = 80x^3$

(C) As $y = 20x^4$, dan is $\frac{dy}{dx} = 80x^3$

(D) $\frac{d}{dx}[20x^4] = 80x^3$

1.12 Bepaal $\frac{dy}{dx}$ by $x = -1$ as $y = xy + x^2 + 1$

(A) $-\frac{1}{2}$

(B) $\frac{1}{2}$

(C) -1

(D) 2

1.13 Watter een van die volgende is gelyk aan $\int \frac{dx}{\sqrt{25-x^2}}$

(A) $\text{bgsin}\frac{x}{5} + k$

(B) $\text{bgsin}\,x + k$

(C) $\frac{1}{5}\text{bgsin}\frac{x}{5} + k$

(D) $\frac{1}{5}\text{bgsin}\,x + k$

1.14 $\int \left(\sin 2x.\frac{1}{2\sqrt{x}} + 2\sqrt{x}\cos 2x\right)dx =$

(A) $\cos 2x.\frac{2\sqrt{x^3}}{3} + k$

(B) $-\frac{\sin 2x.x^{\frac{3}{2}}}{3} + k$

(C) $\sqrt{x}\sin 2x + k$

(D) Onbepaalbaar

1.15 Die waarde van die afgeleide van $y = \frac{\sqrt[3]{x^2+8}}{\sqrt[4]{2x+1}}$ by $x = 0$ is

(A) -1

(B) $-\frac{1}{2}$

(C) 0

(D) $\frac{1}{2}$

 © Kopiereg Alpha-Wiskunde

Beantwoord die volgende vrae **op die vraestel** op die lyne wat onderaan elke vraag voorsien is. Toon duidelik aan indien jy die addisionele skryfspasie aan die einde van die vraestel gebruik om 'n vraag te voltooi.

VRAAG 2 **[23 PUNTE]**

2.1 Gegee: $\boldsymbol{f(t) = \frac{A}{t} + \ln\left(t^{-\frac{1}{2}}\right)}$

(a) Bepaal die waarde van A, afgerond tot 5 desimale syfers, indien $f(2) = 0{,}1534$. (3)

(b) Bepaal $f'(t)$ in terme van t indien A = 1. (4)

2.2 Beskou die vergelyking: $\ln(x-1) = 1 + \ln(3x+2)$.

(a) Vereenvoudig en herskryf die vergelyking na die vorm $x = \cdots$ deur van logaritme-wette gebruik te maak. (4)

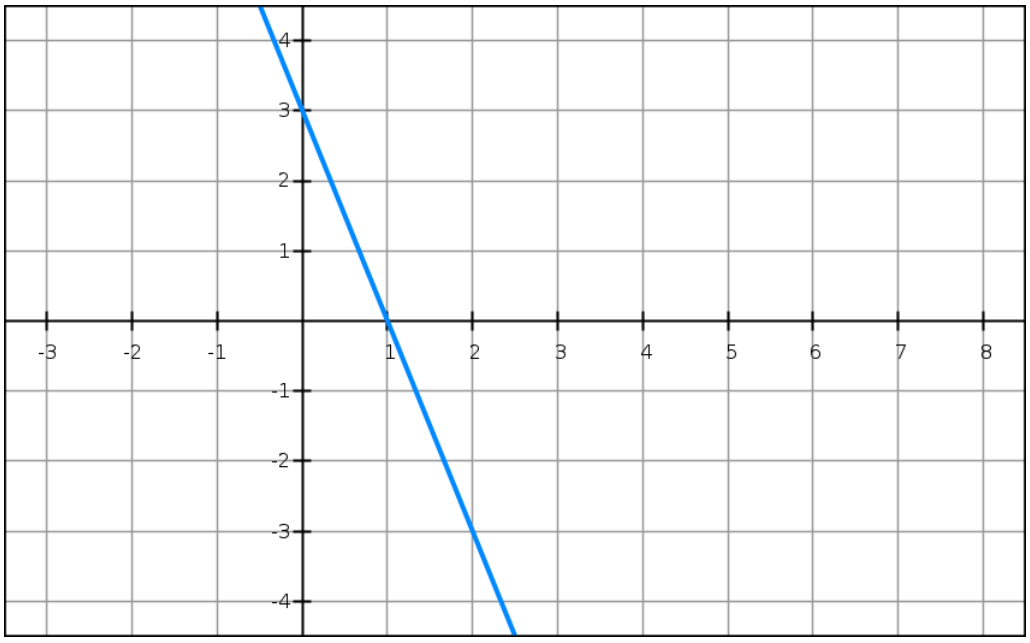
(b) Toon verder duidelik aan waarom hierdie vergelyking geen reële oplossing het nie. (3)

 © Kopiereg Alpha-Wiskunde

2.3 Beskou die volgende grafieke: $y = |x - 4| - 1$ en $3x + y = 3$.

(a) Bereken die x -waarde van die snypunt(e) van die grafieke. (5)

(b) Die onderstaande skets toon die grafiek van $3x + y = 3$. Skets op dieselfde assestelsel die grafiek van $y = |x - 4| - 1$. Toon die afsnitte met die asse, die knakpunt en die punt(e) bereken in Vraag 2.3(a) op jou grafiek aan. (4)



 © Kopiereg Alpha-Wiskunde

VRAAG 3 **[22 PUNTE]**

3.1 Gegee $P(x) = 2x^4 + 4x^3 - 9x^2 - 16x + 4$ wat $x + \frac{2-\sqrt{6}}{2}$ as 'n faktor het.
Faktoriseer $P(x)$ volledig in $\mathbb{R}[x]$. (7)

3.2 (a) Skryf z_1 en z_2 in poolvorm as $z_1 = 4(-1 + i)$ en $z_2 = 2(-\sqrt{3} - i)$.
(Gee alle antwoorde in wortelvorm en in terme van π waar van toepassing.) (4)

(b) Gebruik de Moivre se stelling en vereenvoudig $\frac{(z_1)^2}{(z_2)^3}$.
Laat die finale antwoord(e) in **reghoekvorm**. (5)

 © Kopiereg Alpha-Wiskunde

3.3 Bereken alle moontlike waardes van z as $z^4 = 16$.
Gee die finale antwoord(e) in **poolvorm**. (6)

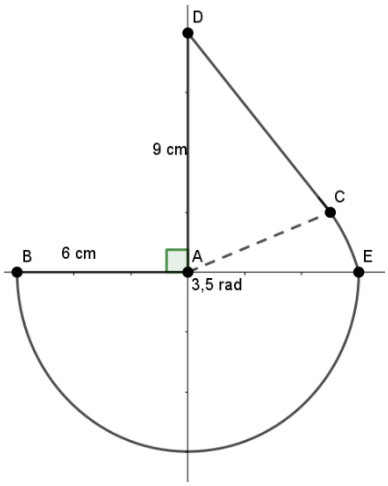
VRAAG 4 **[19 PUNTE]**

4.1 Brei $(1 + 3x)^{-\frac{1}{3}}$ uit, tot en met $\boldsymbol{x^3}$, en vereenvoudig die koëffisiënte. (6)

4.2 Gebruik die binomiaalstelling en skryf die eerste drie terme van $\left(\frac{x}{2} - \frac{2}{x^2}\right)^7$ neer.
Vereenvoudig die koëffisiënte. (6)

 © Kopiereg Alpha-Wiskunde

4.3 Die skets toon ‘n sirkelboog BEC met radius 6 cm en ‘n hoek van 3,5 radiale. $B\hat{A}D = \frac{\pi}{2}$. . Bepaal die omtrek van BECDAB as $AD = 9$ cm. (7)



VRAAG 5 **[13 PUNTE]**

5.1 (a) Indien $\boldsymbol{a} = k\boldsymbol{b}$ met vektore $\boldsymbol{a} = (9; -6; 3)$ en $\boldsymbol{b} = (6; -4; 2)$, bepaal die waarde van k. (2)

(b) Is $\boldsymbol{a}$ en $\boldsymbol{b}$ gevolglik ewewydig aan mekaar of loodreg op mekaar? (1)

 © Kopiereg Alpha-Wiskunde

(c) Bepaal die eenheidsvektor van $\boldsymbol{b} = (6; -4; 2)$ in sy eenvoudigste wortelvorm. (4)

5.2 Beskou die vektore $u_1 - 2u_2 + 3u_3$ en $3v_1 - 2v_2 + v_3$. Bepaal die hoek tussen die twee vektore. (6)

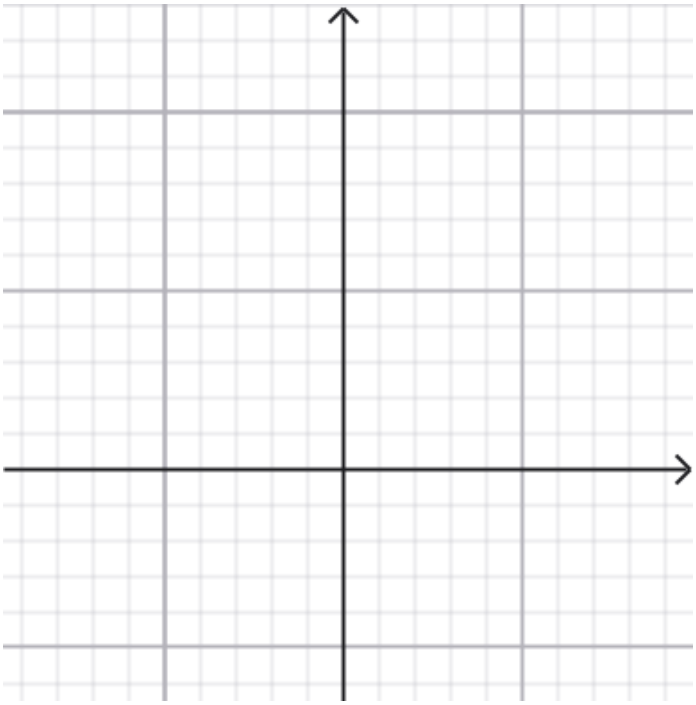
VRAAG 6 **[18 PUNTE]**

6.1 Beskou die funksie $f(x) = \cos 2x$.

(a) Hoe sal jy die definisieversameling van f beperk sodat sy inverse ook 'n funksie sal wees? (2)

 © Kopiereg Alpha-Wiskunde

(b) Skets die **inverse funksie**. Toon duidelik die koördinate van die afsnitte, begin- en eindpunte. (4)



6.2 Gee **alle moontlike oplossings** vir θ indien:

(a) $\theta = 2\text{bgtan}(-1)$ (1)

(b) $\sin\frac{\theta}{2} = -1$ (3)

6.3 Gebruik wiskundige induksie en bewys dat:

$13 + 6 - 1 + \cdots + (20 - 7n) = \frac{(33n - 7n^2)}{2}$ vir alle $n \in \mathbb{N}$. (8)

 © Kopiereg Alpha-Wiskunde

VRAAG 7 **[21 punte]**

7.1 Bepaal die afgeleide van die volgende: (Antwoorde hoef nie vereenvoudig te word nie.)

(a) $\frac{d}{dx}(\log(\cot 4x^2))$ (4)

(b) $g'(x)$ indien $g(x) = \cos\left(\frac{x}{5}\right) \times \text{bgcos}\sqrt{5x}$ (5)

7.2 Gebruik implisiete differensiasie en bepaal $\frac{dy}{dx}$ indien $x^2y + \ln y = x^2 - 4$ (5)

7.3 Beskou die grafiek met vergelyking $y = \frac{1+e^{2x}}{1+3x}$ wat een stasionêre punt het.

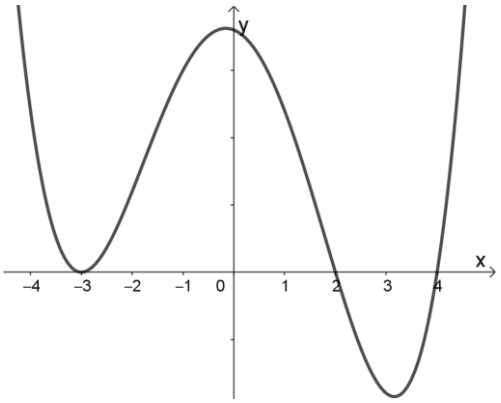
(a) Toon aan dat die x-waarde van hierdie stasionêre punt verkry kan word deur die vergelyking $\boldsymbol{x = a + be^{-2x}}$ op te los.
Bepaal die waarde van $\boldsymbol{a + b}$. (Jy hoef nie vir x op te los nie.) (6)

(b) Noem slegs die metode se naam wat gebruik sal word om x te vind. (1)

 © Kopiereg Alpha-Wiskunde

VRAAG 8 **[17 PUNTE]**

8.1 Die onderstaande skets toon die grafiek van $y = f'(x) = x^4 - 19x^2 - 6x + 72$.



(a) Vir watter waardes van x sal f stasionêre punte hê? (3)

(b) Bepaal vervolgens vir elke stasionêre punt in **Vraag 8.1(a)** of hierdie punt 'n lokale minimum of lokale maksimum of buigpunt is. Motiveer jou beweringe volledig. (5)

 © Kopiereg Alpha-Wiskunde

8.2 Gebruik 'n Riemannsom en bepaal die waarde van $\boldsymbol{m}$ indien $\int_{-1}^{2}(x^2 + \boldsymbol{m})\,dx = 21$. (9)

 © Kopiereg Alpha-Wiskunde Blaai asb. om

VRAAG 9 **[22 PUNTE]**

Bepaal die volgende integrale:

9.1 $\int \left(2x^2 + 2 + \frac{2}{x}\right) dx$ (3)

9.2 $\int (\tan^2 x + \cos^2 x) dx.$ (5)

9.3 $\int \frac{3x^2+3x+7}{(x^2+1)(x-2)} dx$ deur gebruik te maak van parsiële breuke. (8)

 © Kopiereg Alpha-Wiskunde

9.4 $\int (\text{cosec}^3\, 2\theta \cot 2\theta)\, d\theta$ (5)

VRAAG 10 **[15 PUNTE]**

Gegee dat $f(x) = \text{bgtan}\, 2x$.

10.1 (a) Bepaal $f'(x)$ (2)

(b) Gebruik Newton-Raphson se metode en bepaal die snypunt van f en $g(x) = x - 2$ se x-koördinaat, korrek tot **4 desimale syfers**.

(Gebruik $x = 2$ as eerste benadering.) (5)

 © Kopiereg Alpha-Wiskunde

10.2 Gebruik stuksgewyse integrasie, **Vraag 10.1 (a)** asook die feit dat

$\frac{4x^2}{4x^2+1} = 1 - \frac{1}{4x^2+1}$ en bepaal $\boldsymbol{a}$ **en** $\boldsymbol{b}$ indien: $\int_0^{\frac{\sqrt{3}}{2}} x.\,\text{bgtan}\,2x\,dx = \boldsymbol{a}\pi + \boldsymbol{b}\sqrt{3}$ (8)

TOTAAL: 200 punte

 © Kopiereg Alpha-Wiskunde

EKSTRA SPASIE

 © Kopiereg Alpha-Wiskunde Blaai asb. om

 © Kopiereg Alpha-Wiskunde Blaai asb. om

 © Kopiereg Alpha-Wiskunde Blaai asb. om