

Wiskundige induksie



$$2 + 4 + 6 + \cdots + 2n = n(n + 1)$$

Aan die linker kant is die n
die **hoeveelste term**.

Daar staan eintlik: $2(1) + 2(2) + 2(3) + \cdots 2(n)$

Die laaste term is die n 'de term

Of **T_n**

Aan die regterkant word n net vervang

Hoe doen mens dit?

Die eerste blokkie moet val:

Bewys die stelling waar vir $n = 1$.

Onthou **bewys** beteken hier L_k en R_k apart.

As enige blokkie val moet die volgende een ook val:

Aanvaar die bewering waar vir enige natuurlike getal, k .

Skryf hierdie stelling neer

Gebruik dit om te bewys dat die stelling waar is vir $k + 1$

$$2 + 4 + 6 + \cdots + 2n = n(n + 1)$$

Stel $n = 1$:

LK = eerste term = 2

RK vervang net: $1(1 + 1) = 2$

Die antwoorde is gelyk, die bewering is dus waar vir $n = 1$.

Aanvaar die bewering waar vir 'n natuurlike getal, k :
Skryf die bewering neer:

$$2 + 4 + 6 + \cdots + 2k = k(k + 1)$$

Wat om nou te doen

Daar moet nou bewys word, dat as die bewering waar is vir enige natuurlike getal, dit vir die volgende ook waar sal wees.

In hierdie geval:

As $2 + 4 + 6 + \dots + 2k = k(k + 1)$, dan sal

$$2 + 4 + 6 + \dots + 2k + 2(k + 1) = (k + 1)(k + 1 + 1)$$

Dit is **bewys**, dus L_k en R_k apart.

Die L_k is die som van die eerste k terme $+T_{k+1}$
(Die $(k+1)$ 'de term)

Onthou dat $n = k$ is nou gegee, dit is 'n identiteit:

$$2 + 4 + 6 + \dots + 2k = k(k + 1)$$

Kyk na die ooreenstemming met $n = k + 1$ se LK:

$$\text{LK} = 2 + 4 + 6 + \dots + 2k + 2(k + 1)$$

Gebruik die identiteit en vervang met identiteit se Rk:

$$\text{LK} = k(k + 1) + 2(k + 1)$$

$$\text{Vereenvoudig: } = k^2 + k + 2k + 2 = k^2 + 3k + 2$$

Kan nou of hierdie faktoriseer, of Rk vereenvoudig

$$\text{LK} = (k + 1)(k + 2) = \text{Rk}.$$

$$(\text{Of kon Rk} = (k + 1)(k + 2) = k^2 + 3k + 2)$$

$$\sum_{p=1}^n (7p - 5) = \frac{n(7n - 3)}{2}$$

Hier is $7p - 5$ die p' de term.

Stel $n = 1$: LK = $7(1) - 5 = 2$

$$Rk = \frac{1(7(1)-3)}{2} = 2$$

Dus die stelling is waar vir $n = 1$.

Aanvaar die bewering is waar vir $n = k$:

$$\sum_{p=1}^k (7p - 5) = \frac{k(7k - 3)}{2}$$

Stel $n = k + 1$: LK =

$$\begin{aligned} & \sum_{p=1}^k (7p - 5) + T_{k+1} \\ &= \frac{k(7k - 3)}{2} + 7(k + 1) - 5 \end{aligned}$$